

Минобрнауки России

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ



Заведующий кафедрой
Кургалин Сергей Дмитриевич
Кафедра цифровых технологий

25.06.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.17 Дифференциальные уравнения

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация:

Квантовая теория информации, Распределенные системы и искусственный интеллект

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавриат

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра цифровых технологий

6. Составители программы:

Каверина Валерия Константиновна, кандидат физико-математических наук, доцент; Атанов Артём Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована:

протокол НМС ФКН № 5 от 10.03.2021

8. Учебный год:

2022-2023

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

целью изучения дисциплины является формирование теоретических знаний в области дифференциальных уравнений, представляющих основу для моделирования процессов в различных областях естествознания, практических навыков решения основных типов ОДУ и систем; умения корректно использовать и понимать язык и символику предметной области. Основными задачами изучения дисциплины являются овладение техникой решения различных видов ОДУ, а также умение анализировать их решения, строить простейшие модели с использованием дифференциальных уравнений.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение математического анализа (дифференциального и интегрального исчисления), а также линейной алгебры.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знает основные понятия и теоремы теории дифференциальных уравнений, язык предметной области, постановки классических задач теории дифференциальных уравнений, способы решения основных типов дифференциальных уравнений и систем, а также методы анализа устойчивости решений систем дифференциальных уравнений.</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Умеет классифицировать ОДУ, составлять простейшие математические модели с использованием ОДУ, решать ОДУ и системы ОДУ, исследовать решения ОДУ и систем ОДУ, применять полученные знания для математически корректной постановки новых задач в различных областях.</p>

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Владеет техникой интегрирования известных типов дифференциальных уравнений, навыками исследования решений дифференциальных уравнений на устойчивость, навыками использования методов решения классических задач теории дифференциальных уравнений для решения различных естественнонаучных задач.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

6/216

Форма промежуточной аттестации:

Зачет с оценкой, Экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 3	Семестр 4	Всего
Аудиторные занятия	68	48	116
Лекционные занятия	34	32	66
Практические занятия	34	16	50
Лабораторные занятия			0
Самостоятельная работа	40	24	64
Курсовая работа			0
Промежуточная аттестация	36	0	36
Часы на контроль	36		36
Всего	144	72	216

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Общие понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	<p>Понятия и примеры дифференциальных уравнений (ДУ) и их решений. Некоторые задачи, приводящие к ДУ. Порядок ДУ. Поле направлений, интегральные кривые. Уравнения, разрешенные относительно производной. Задача Коши для ДУ 1-го порядка. Общее и частное решения. Нахождение частного решения ДУ, удовлетворяющего заданным начальным условиям.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2	Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений 1-го порядка. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ. Линейные ДУ. ДУ в полных дифференциалах, понятие об интегрирующем множителе. ДУ, не разрешенные относительно производной. Уравнения Бернулли, Эйлера, Лагранжа, Риккати. Сведение некоторых дифференциальных уравнений 1-го порядка к простейшим типам.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349
3	Дифференциальные уравнения высших порядков	Общие понятия теории ДУ высших порядков. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнений высших порядков. Общее решение. Понижение порядка. Типы уравнений, допускающие понижение порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
4	Линейные дифференциальные уравнения	<p>Однородные линейное ДУ и пространство его решений.</p> <p>Определитель Вронского и его свойства. Линейно зависимые и независимые решения.</p> <p>Фундаментальная система решений линейного однородного ДУ.</p> <p>Неоднородные линейные ДУ.</p> <p>Теорема об общем виде решения. Метод вариации произвольных постоянных.</p> <p>Однородные линейные ДУ с постоянными коэффициентами, неоднородные линейные ДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.</p> <p>Нахождение частных решений линейного неоднородного ДУ методом неопределенных коэффициентов</p> <p>Дифференциальные уравнения колебаний.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
5	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	<p>Связь систем ОДУ с уравнениями высших порядков.</p> <p>Нормальный вид системы ОДУ и приведение системы к такому виду.</p> <p>Системы линейных уравнений.</p> <p>Однородные системы с постоянными коэффициентами и их решение методами линейной алгебры.</p> <p>Матричная экспонента. Первый интеграл системы уравнений.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349
6	Понятие об интегральных уравнениях и краевых задачах	<p>Понятие об интегральном уравнении.</p> <p>Некоторые примеры.</p> <p>Связь дифференциальных и интегральных уравнений.</p> <p>Операторы в пространствах функций.</p> <p>Доказательство теоремы Коши для уравнения 1-го порядка Краевые задачи для ОДУ 2-го порядка. Понятие функции Грина краевой задачи.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
7	Приближенные и компьютерные методы решения ДУ	Метод ломаных Эйлера и метод изоклин. Метод последовательных приближений. Решение ДУ с помощью пакетов символьных вычислений. Аналитическое и численное решение ДУ в пакете MAPLE. Дифференциальные неравенства и леммы об оценках решений.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349
8	Некоторые модели естествознания, связанные с дифференциальными уравнениями	Модель «Хищник-жертва». Моделирование популяций при помощи ДУ. Задачи механики и электротехники, приводящие к дифференциальным уравнениям (механические движения, телеграфные уравнения и др),	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349
9	Теоремы о непрерывной зависимости и элементы теории устойчивости	Зависимость решений от начальных данных и параметров. Постановка задачи об устойчивости. Исследование устойчивости по первому приближению. Метод функций Ляпунова. Исследование траекторий вблизи особых точек системы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
10	Элементы вариационного исчисления	Понятия и примеры задач вариационного исчисления. Задача о брахистохроне, задача Дидоны. Уравнение Эйлера-Лагранжа для вариационных задач. Сведение вариационных задач к ДУ 2-го порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349
11	Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка	Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных. Геометрическая интерпретация решения уравнения в частных производных. Связь уравнений в частных производных с системами ОДУ.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=10349

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Общие понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)	2	0		4	6
2	Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка	8	10		10	28
3	Дифференциальные уравнения высших порядков	6	6		6	18

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
4	Линейные дифференциальные уравнения	6	6		6	18
5	Системы обыкновенных дифференциальных уравнений	8	8		8	24
6	Понятие об интегральных уравнениях и краевых задачах	4	4		6	14
7	Приближенные и компьютерные методы решения ДУ	4	2		2	8
8	Некоторые модели естествознания, связанные с дифференциальными уравнениями	4	2		4	10
9	Теоремы о непрерывной зависимости и элементы теории устойчивости	8	6		6	20
10	Элементы вариационного исчисления	8	2		6	16
11	Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка	8	4		6	18
		66	50	0	64	180

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объеме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / Демидович Б. П., Моденов В. П. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 280 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-4099-3 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/115196>.
2	Пантелеев, А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс]: учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, К.А. Рыбаков - М. : Логос, 2017. — Москва : Логос, 2017 .— 384 с. — Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс]: учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, К.А. Рыбаков - М. : Логос, 2017. — ISBN 5-98704-465-0 .— <URL:http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785987044650.html>.
3	Жабко, А. П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс] / Жабко А. П., Котина Е. Д., Чижова О. Н. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2015 .— 320 с. — Рекомендовано УМО вузов РФ по образованию в области прикладных математики и физики в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению «Прикладные математика и физика», а также для студентов, обучающихся по другим направлениям и специальностям в области естественных и математических наук, техники и технологии .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-1759-9 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=60651>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений [Электронный ресурс] / Хеннер В. К., Белозерова Т. С., Хеннер М. В. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2017 .— 320 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-2592-1 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/96873 >.
2	Асташова, И. В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» : учебное пособие / И.В. Асташова, В.А. Никишкин .— Москва : Евразийский открытый институт, 2011 .— 96 с. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 978-5-374-00488-5 .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289 >.
3	Асташова, И. В. Дифференциальные уравнения : учебно-практическое пособие. 2 / И.В. Асташова, В.А. Никишкин .— Москва : Евразийский открытый институт, 2011 .— 108 с. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 978-5-374-00487-8 .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90342 >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Асташова, И. В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения» : учебное пособие / И.В. Асташова, В.А. Никишкин .— Москва : Евразийский открытый институт, 2011 .— 96 с. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 978-5-374-00488-5 .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90289 >.
2	Асташова, И. В. Дифференциальные уравнения : учебно-практическое пособие. 2 / И.В. Асташова, В.А. Никишкин .— Москва : Евразийский открытый институт, 2011 .— 108 с. — http://biblioclub.ru/ .— ISBN 978-5-374-00487-8 .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90342 >.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 297

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-11	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа, письменный опрос
2	Разделы 1-11	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа, письменный опрос
3	Разделы 1-11	ОПК-1	ОПК-1.3	Контрольная работа, письменный опрос

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Зачет с оценкой, Экзамен

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к экзамену

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- письменный опрос
- контрольные работы

I семестр

Контрольная работа № 1

1) Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$y' = 2 \cos x \sin y.$$

2) Решить однородное дифференциальное уравнение

$$x^2 y' + y^2 + xy + x^2 = 0.$$

3) Решить линейное дифференциальное уравнение

$$y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x.$$

4) Решить уравнение в полных дифференциалах

$$(y \cos x + 2xe^y)dx + (\sin x + x^2 e^y - 1)dy = 0.$$

5) Решить уравнение Бернулли

$$y' + \frac{y}{x} = \frac{\ln x}{x} y^2.$$

Контрольная работа № 2

1) Решить однородное дифференциальное уравнение

$$y'' - 4y' + 5y = 0.$$

2) Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение методом неопределённых коэффициентов

$$y'' - y' = e^x + e^{2x} + x.$$

3) Решить линейное неоднородное дифференциальное уравнение методом вариации произвольных постоянных

$$y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}.$$

4) Решить дифференциальное уравнение

$$(2 - x)y'' + xy' - 2y = 0,$$

используя определитель Вронского, если известно одно его частное решение $y_1 = e^x$.

Контрольная работа № 3

1) Решить систему дифференциальных уравнений методом Эйлера

$$\begin{cases} x' = -2x + y - 2z, \\ y' = x - 2y + 2z, \\ z' = 3x - 3y + 5z. \end{cases}$$

2) Решить систему дифференциальных уравнений $X' = AX$ методом матричной экспоненты

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

3) Решить краевую задачу, используя функцию Грина

$$y'' + y' = e^{-x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(1) = 0.$$

4) Решить систему дифференциальных уравнений методом Эйлера

$$\begin{cases} x' = -10x + y, \\ y' = -9x - 4y. \end{cases}$$

II семестр

Контрольная работа № 4

Исследовать особые точки системы и сделать чертёж расположения интегральных кривых на

плоскости (x, y) (x, y) :

а) $\begin{cases} x' = 2x - 8y, \\ y' = -2x + 2y; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x' = 6x - 3y, \\ y' = 6x - 2y; \end{cases}$

Контрольная работа № 5

Используя теорему Ляпунова об устойчивости по первому приближению, исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = e^{x+2y} - \cos 3x, \\ \frac{dy}{dt} = \sqrt{4+8x} - 2e^y. \end{cases}$$

Контрольная работа № 6

Построив функцию Ляпунова, исследовать на устойчивость точку покоя системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x^3 + y, \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y^3. \end{cases}$$

Контрольная работа № 7

Используя спектральный признак, определите, является ли устойчивым нулевое решение системы

$$\begin{cases} x' = 16x + 16y + 8z, \\ y' = -16x - 16y - 8z, \\ z' = -4x - 4y - 2z. \end{cases}$$

Контрольная работа № 8

Построить три последовательных приближения к решению дифференциального уравнения

$$y' = x - y,$$

удовлетворяющему условию Коши $y(0) = 1$.

Контрольная работа № 9

1) Найти экстремаль функционала

$$J[y(x)] = \int_0^1 (y^2 + y'^2) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1.$$

2) Найти решение уравнения с частными производными

$$y^2 \frac{\partial u}{\partial x} + xy \frac{\partial u}{\partial y} = x,$$

удовлетворяющее условию $u(0, y) = y^2$.

Перечень вопросов для письменного опроса

1. Функциональная независимость первых интегралов. Общее решение линейного уравнения в

частных производных.

2. Геометрический смысл уравнения в частных производных. Решение задачи Коши.
3. Квазилинейные уравнения в частных производных.
4. Некоторые модели, связанные с ОДУ: тепловые процессы.
5. Глобальные свойства решений ОДУ. Теорема о выходе решения на границу области.
6. Дифференциальные неравенства. Теорема Чаплыгина.
7. Первые интегралы системы ОДУ. Связь с уравнениями в частных производных.
8. Производная в силу системы ОДУ. Определение устойчивости с помощью функций Ляпунова.
9. Положительно определенные функции и их свойства.
10. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами. Спектральный критерий устойчивости.
11. Устойчивость решений линейных систем.
12. Различные определения устойчивости для решений ОДУ и систем ОДУ.
13. Непрерывная зависимость решения ОДУ от начальных данных и параметров.
14. Понятие и примеры задач вариационного исчисления.
15. Некоторые модели, связанные с ОДУ: механические движения.
16. Вывод уравнения Эйлера-Лагранжа для задач ВИ с закрепленными концами.
17. Некоторые модели, связанные с ОДУ: геометрические задачи.
18. Специальные случаи интегральных функционалов в задачах ВИ. Решение задачи о брахистохроне.
19. Некоторые модели, связанные с ОДУ: уравнения химической кинетики.
20. Уравнения в частных производных первого порядка. Основные понятия.
21. Некоторые модели, связанные с ОДУ: динамика популяций.
22. Определение устойчивости стационарных решений автономных систем ОДУ по первому приближению.

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо

<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.</p>	<p>Пороговый уровень</p>	<p>Удовлетворительно</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.</p>	<p>-</p>	<p>Неудовлетворительно</p>

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- собеседование по экзаменационным билетам

Перечень вопросов к экзамену

1. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ): порядок, решение, общее решение, задача Коши, краевая задача.
2. Простейшие типы дифференциальных уравнений 1-го порядка.
3. Линейные уравнения высоких порядков: общие свойства решений.
4. Определитель Вронского, его свойства и использование.
5. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (на примере уравнений 2-го порядка).
6. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения со специальной правой частью.
7. Дифференциальные уравнения колебаний. Понятие о резонансе.
8. Системы линейных ОДУ.
9. Понятие об интегральном уравнении. Связь интегральных и дифференциальных уравнений.
10. Доказательство теоремы Коши о существовании и единственности решения ОДУ.
11. Функция Грина для ОДУ 2-го порядка.
12. Решение краевых задач с помощью функции Грина.
13. Описание семейств кривых на плоскости дифференциальными уравнениями.
14. Специальные уравнения 1-го порядка: уравнения Бернулли, Лагранжа, Клеро, Риккати.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

<p>Критерии оценивания компетенций</p>	<p>Уровень сформированности компетенций</p>	<p>Шкала оценок</p>
--	---	---------------------

<p>Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.</p>	<p>Повышенный уровень</p>	<p>Отлично</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.</p>	<p>Базовый уровень</p>	<p>Хорошо</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.</p>	<p>Пороговый уровень</p>	<p>Удовлетворительно</p>
<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.</p>	<p>-</p>	<p>Неудовлетворительно</p>